

算数・数学の新しい学力テスト

市川伸一* 瀬尾美紀子† 犬塚美輪‡ 植阪友理‡ 小林寛子‡

2003年9月17日

於：東京大学大学院教育学研究科第一会議室

1 開発の背景とテストの全体像

1.1 学力テスト開発に至った経緯

市川：このユニットで行うことの1つの柱は基礎学力の診断テストの開発です。特に、算数・数学は今この学校でもテーマとして挙がっていますので、とりあえず、算数・数学の領域に絞って基礎学力の診断テストを作成することが我々のユニットに与えられた課題であり、また、非常にやりがいのある課題であると思っています。

ただ、このテーマに関わっているのは、主に教育心理学のメンバーで、教科の専門家ではありません。教科の専門家ではない私たちがこの学力診断テストを開発するという意味として、心理学の観点から見て、これまで作成された学力テストとは少し違った側面から作成してみたいということがあったわけです。

実際、これまでの子どもたちに対する学習相談をやってくる中で、子どもの持ってくる中間テストや期末テストを見せてもらったりしていますし、また、業者の作った学力テストなども市販されています。そういったものを心理学の視点から見ると、もうちょっと違ったものができるのではないかとということで、開発しようと思立ちました。

1.2 従来の学力テストの問題点

まず、レジュメの1枚目を見ていただきたいとおもいます。最初に、従来の算数・数学学力テストの問題点を挙げてみました。第1点目として、領域別の出題、診断になっていることが挙げられます。つまり、単元別になっているということです。「式と計算」とか「図形」とか「関数」とか「方程式」とかそういう領域別の出題になっている。その背後にある基礎学力、例えばどんな力が弱いのかとか、どんな学習行動をとっているのかということ診断するようになっていないのではないかと思います。

それから、2つ目の問題は、同時に問題を手渡すという点です。例えば50分という時間の中で、いろいろな問題が詰め込めであるものを実施するわけです。つまり、全体の制限時間だけが決まっていて、その中で遂行させる方式が多いわけです。すると、速さを要する能力、例えば、計算はすばやくやってほしいわけですし、論理的判断などでもすばやくやることに意味があるものもあるのですが、それらを診断することができなくなっています。つまり、計算問題にどれだけ時間を振り分けたのかわかりませんから、計算の速さというのはわかりません。それから、誤答や無解答があったときに、手をつけなかった、あるいは十分な時間をそこに振り分けられなかったためなのか、それとも、かなり時間をかけて考えたけれどもわからなかった、あるいは間違えたということなのかを同定することができないという問題があります。ですから、できたかできなかったかだけを見ていたのではどうもよくわからないということになるわけです。

* 東京大学大学院教育学研究科教授

† 東京大学大学院教育学研究科博士課程・日本学術振興会特別研究員

‡ 東京大学大学院教育学研究科博士課程・研究拠点形成アシスタント

3つ目の問題ですが、解答のプロセスが見えないということです。どうやってその問題を考えてきたのかというプロセス、あるいは日常的な学習行動、つまり、いったいどんな学習の仕方をしているのかということが把握できないということがあります。

この3つの問題というのは、私たちが個別の学習相談をやる中でいつも感じていたことです。個別にやっているとプロセスもわかりますし、この子はこういうところつまづいているということもわかります。また、普段どういった勉強方法をしているかということも面接で聞けます。速さについても、こういう計算でこんなに時間をとってしまうということもわかります。それで、そういうことを生かしたペーパーテストはできないだろうかということが問題意識としてありました。

1.3 開発中の学力テストの特徴

特徴として出したいのは、まず、診断機能を強化するということです。生徒個人についていろいろな基礎学力の側面があります。その側面ごとに診断できる機能を持たせたい。それから、指導のあり方、つまり普段の学習指導や授業のあり方を評価し今後の授業や指導にも活かせるようなものにしたい。これまで学習相談などをやっていまして、こういう力がついてないということについて、普段どういう授業を受けているかということ子どもたちから聞いたり、私たちが授業を観察に行ったりします。そこで感じていた問題点などを浮き彫りにして、授業の仕方や普段の学習行動などにもアドバイスして活かせるようなものにしたい。

次に、1つ1つの下位テストを実施する時間を短くして、実施しやすい形にすることです。短いものと2分で終わります。実施しようと思えば、その問題を授業時間の一部を使ってやることもできるので、実施しやすいわけです。

3番目ですが、ある程度の学年幅の中で共通に適用可能にすることです。例えば計算であれば小学校中学年くらいから中学3年くらいまで同一の問題でできるというものです。それで、どういうレベルに達しているかを診断します。例えば、TOEFLやTOEICなどは幅広い能力に対して共通の問題で何点取れたかということで測定していますが、そういうものをイメージしました。

1.4 学力テストの構成の説明

以下では、具体的にどんなテストを作っているのか、どんな特徴があるのかということを見ていただきます。まだ開発途中で試作版ができたばかりです。実施したものもごく一部あります。我々としてもご意見を伺って、今後実施してみたいというところがありましたら、少しでも実施していただいて、生徒がどれくらいできるものなのかということ把握したいと考えています。それから、問題自体もさらに精選していきたいと考えています。

テストは、大きく4つのカテゴリに分かれています。まず、「速さを要する演算」です。これは問題がたくさん並んでいて、どこまでできるかという速さを調べるものです。

2番目のカテゴリは、「概念理解、論理」です。こういう問題は普通のテストにはあまり無いと思います。それぞれの文が言っていることが正しいかどうか○×をつけます。数学のテストで、あまり○×をつけるテストは無いと思います。自動車の免許を取るときにペーパーテストがありますが、これはあのような感じのテストで、それぞれ正しいか正しくないかを判断していくというものです。これは、解答を書くのに時間をかけすぎて全部できなかったということがないように、反応は簡単、つまり○×でいいわけですが、内容をよくわかっていなければ答えられないというものになっています。

それから、3番目のカテゴリは「数学的な表現」です。これも普通のテストではあまりないと思いますが、例えば「平行四辺形とはどういうものか説明しなさい」というものです。実際にこう言われると戸惑う子どもはかなり多いわけです。しかし教科書を見ますと、平行四辺形の定義があつて、例えばこういうものが平行四辺形だという例があります。このように定義と例を挙げながら説明するというものです。最小公倍数とはどういうものか、比例とはどういうものか、というように数学の世界では大体そういうパターンで教科書も記述されていますし、それが最小限のわかりやすい説明ということになっています。あと、「性質」や「手続き」というものを言葉で説明するものもあります。あまり普段のテストでは出ないこともあり、こういう力は非常に欠けています。その背後には子どもたちがほとんど教科書を読まないという問題を私たちも見てき

ましたので、そういう説明をどれくらいできるかというのを診たいと思います。それから「数式と意味との対応」というものもあります。数式とかグラフとか数表とか、そういう数学的な表現と意味とがどう対応しているかという問題です。

それから4番目は「問題解決」です。問題解決については、普段の学習動機とか学習スタイルを問うもの、数学の学習方略に特有なものといった、普段の学習でそういう方法を取っているかを質問紙で尋ねることです。それから、実際に問題を解くプロセスをもう少し見ていきたいということです。これは非常に難しく、どれだけできるかまだわからないのですが、ペーパーテストの解答用紙に過程をできるだけ残してもらって、そこから問題解決過程を分析していくことを考えています。

それぞれの課題について、大学院生から説明してもらいます。このテーマには4人の大学院生が関わっています。COE所属の学術振興会DC1として瀬尾さん、RAとして犬塚さん、小林さん、植阪さんの3人、この4人で具体的な問題の作成に取り組んでいます。各問題の担当者から順に紹介してもらいます。まず、速さを要する演算課題について小林さんの方から願います。

2 速さを要する演算課題

2.1 単純数値計算

小林：まず、最初の単純計算課題を見てください。計算課題はどれも速さを指標とします。単純計算課題については、制限時間を2分として、その時間の中で、単純な計算、つまり、機転を利かせたりするのではなく、ごりごり計算をしていく、というのを何問くらいできるか、また、そのときの正答数を計るものになっています。ここは、(1)から(30)までありますが、下に行くにつれて、だんだん問題が難しくなっていきます。難しさの基準として、1つには、右端に書いてあるように、+1、-1という形で、プラスとマイナスの数が増えていく、というのがあります。それから、真ん中に書いてある「繰り上がり・繰り下がりポイント」というもので、繰り上がりも繰り下がりもないものを0・0、として、繰り上がりと繰り下がりの数が、徐々

に多くなるようにしてあります。最終的に、どこまで進んだか、ということと正答数で能力を診ることになります。

2.2 工夫を要する数値計算

犬塚：次は、工夫を要する数値計算というところからです。ここでは、乗算・除算の問題が挙げてあります。一見してみると、大人だったらすぐに解けそうな感じがすると思います。たとえば、 30×21 という問題を見ると、そのまますぐに筆算をするというのではなくて、頭を使って、さっと計算する方法を思いつくのではないかと思います。ここでは20問用意してまして、2分間でどれくらい進めるかを見ます。工夫をしないと、なかなかたくさん問題数を解くことができませんから、ここでどのくらい解けるか、ということ、その生徒の「工夫する志向性」として捉えることができるのではないかと考えて、このような問題を作成しました。問題の順番に関しては、今のところランダムになっていて、難易度によって並び方が決められているというわけではありません。

2.3 割合問題

小林：速さを要する演算課題の最後は、割合問題です。上で説明したような、数の式が出ていて計算問題を解くだけ、という課題とは違って、割合の概念を運用することができるか、かつ、どれくらいすばやく運用することができるか、を計るための問題となっています。割合に関する「基にする量 \times 割合=比べられる量」という式に基づいて、それぞれの量を求める問題を作成しました。また、比べられる量と基にする量を求める問題については、問題文に出てくる割合をそのまま使えばよい場合と、1から引いて使わなくてはならない場合の2種類を用意してあります。この課題についても、速さを要する課題ですので、制限時間を設けて、何問できるかを見る問題です。割合に関する概念の運用を見るための問題なので、数値は簡単にして、筆算を使わずにそのまま解けるように工夫してあります。

市川：以上が第1カテゴリです。単純計算については今は一位数の加減だけなのですが、いろいろと議論した結果、乗算・除算についても単純計算があった方が

いいのではないかということで、今後作ることになりました。工夫を要する計算には加減算がないんですけど、これも作っておこうということが議論として出てきました。今後それを補おうと思います。また、中学・高校では、文字式の計算は大事だと思いますので、単純な文字式の計算というものを補おうと考えています。

ここでの作り方は基本的には知能テストのアナロジーです。割と易しいものから難しいものへ、普通の人ではとても全部やりきれないくらいの問題が並んでいます。それでどこまでできるか、ということを見ることになります。中には全部できてしまう子もいるかもしれませんが、それは問題にはしません。逆に、こういうことが非常に遅い子がときどきいます。例えば先ほどの工夫計算で、高校生くらいでも、とにかくどんな問題でもすぐに筆算に飛びつくというのが学習相談をしていると見られるパターンです。たとえば3、4秒見てみれば、「ああ、なんだ」と思えるのですが、そういうプロセスを経ないでとにかく筆算に飛びついてしまうのです。その結果、ものすごい時間がかかってしまい、結局どこかで間違えてしまう、というようなことがよくあります。それは普通のそういう学習行動・学習態度の現れになっているのだと思います。

工夫計算については、東大附属の中学2年生にやってもらいました。そのときは10問だったのですが、一番早い子は37秒、3分の2くらいの子は2分間で一応全部できる、というような感じでした。答案を集めてみると、遅い子はやはり筆算をたくさんやっています。普段からある程度心がけてちょっと工夫してほしいわけですが、もちろんダメなものは筆算ということになります。

また、割合についてですが、とにかく割合のところ引っかかっている子が多いです。何を何にかけてたらいいのか、何を何で割ったらいいのかとかいうことがすぐに出てこない。もうちょっと応用的なものになってくると、どんどん遅くなるということです。ここでは、ある程度すぐに運用してほしいというようなものを集めてみました。

3 概念理解・論理判断

続いて2番目のカテゴリの概念理解と論理です。これはまず小林さんの方からお願いします。

3.1 概念、ルールに関する正誤判断課題

小林: まずは概念理解課題を見ていただきたいと思います。これは、教科書によく四角で囲まれて載っているような、基本的な概念をどのくらい覚えているか、理解しているかを見る問題です。普通のテストですと、こうした概念を運用して問題を解くことが求められますが、その前に、まず基本的に理解できているのか、実は間違っていて理解しているところはないか、といった点について検出することを目的とした課題です。1つの例として、ここでは図形領域のものを取り上げて問題を作成しました。問題はすべて○×で解答するようになっています。

市川: 数学的用語の意味や性質の基本的な理解です。学習相談をすると、こういうことがそもそもわかっていなかったりします。言葉の意味そのものがわかっていないので、おそらく先生の話もなかなかわからないでしょうし、テストでも問題文の意味がわからないだろうと思います。あるいは問題集の解答を見ても解答自体の意味がよくわからなかったりということもよく見られます。ここでは非常に基礎的な概念の理解というものを入れました。それから次のページですが、これは私の方から説明します。

3.2 論理的判断課題

これは、次の文の内容は正しいでしょうか誤りでしようかというもので、確信度をつけて、○○、○、△、×、××で答えてもらいます。問題文の意味そのものがわからない場合は「？」を記入してもらいます。記入例を見ると、「 $x=3$ のとき $4x=12$ である」というのは当然正しいので○○を、「円の面積を2倍にするには、半径を2倍にすればよい」というのは×。次の「 x が実数で x^2 が0ならば $x=0$ である」で「実数」という言葉がわからなくて、問題の意味がわからないのであれば「？」と書いてくれればいいわけです。数学の教科書を読んだり、例題の解答を見たりするときに、論理的なルールをうまく運用できるかというのが見たいところです。こういうようなことが論理的なルールとして当然のこととして適用できるかどうかを見る問題です。これは中2から高3用と考えています。まだ試作の途中であまり問題として適当ではないかもしれませんが一応載せておきました。

4 数学的表現課題

それでは第3のカテゴリとして数学的表現課題を瀬尾さんからお願いします。

瀬尾：このカテゴリーは大きく2つに分かれていて、市川先生のレジュメで言いますと、「説明」と「数式と意味との対応」という部分になります。

4.1 概念説明課題

まず、「概念説明課題」の方から説明させていただきます。これは主に説明ということで、言葉で書いていく課題になっています。採点基準は暫定的なもので、予備調査などの結果を踏まえて基準をまた作り直したいと考えています。具体的な問題としては、例えば、1番目の「逆数とはどのようなものか、その意味を説明し、具体例を1つ挙げなさい」という問題があります。これは高校生くらいの言葉で言うと定義と事例を挙げるという形になっています。採点基準は、定義が具体例のみの場合には満点から1点差し引くことになっています。1問につき3点満点で考えていますが、どちらか一方のみの場合は2点で、両方できて3点という形になっています。2番も同じような問題で、絶対値の概念を説明するものです。3番も関数の概念を問う問題と、具体的な例として円の面積が何の関数になっているか答えなさいという問題になっています。4、5、6番目も同じく概念説明の問題で、こちらは図形領域からとってきた問題です。学年は主に中1レベルの問題となっています。

4.2 手続き説明課題

続いて、「手続き説明課題」の方ですが、7番の問題は「四則混合の計算手順を問う問題」となっています。手続きにおいて重要な点を2つ挙げさせて、更にそれを使いながら正しい解が出せるかを見ています。8番の問題は、方程式の問題です。従来のテストでは、この問題が解けるかどうかだけを指標としてみているのですが、今回のテストでは、解いた形をそのまま与えて、それに対してどういう手続きで方程式の解答が作られているかを問う問題になっています。具体的な解答を見ていただければわかるのですが、例えば①式から②式へ進むときにはどういう手続きを行っているか

問う形になっています。

4.3 表現課題

続きまして、「表現課題」ですが、ここでは2問作成しました。9番の方は、式を先に与えてしまって、その式が何を意味しているかということと言語的に説明させる課題になっています。10番の問題は、問題を与えてそれを解けというのが従来のテストの問題なのですが、ここでは、まず、この問題が表している数量関係を表にすることと更にその表を用いて方程式を立てさせるというところまでを見ています。解けるかどうかではなくて、「数式と文章題の文」、「文と表」、「文とグラフ」という対応関係を自由に行き来することができるかということ測定する問題になっています。

5 問題解決

5.1 学習動機・学習スタイルに関する質問紙

市川：それでは4番目のカテゴリの問題解決に移ります。最初の一般的な学習動機と学習スタイルに関する質問紙というのは、私の方で以前に作ったものがあります。これは数学を素材にしている部分もありますが、基本的には数学に限らず、ごく一般に勉強するときの目的感や動機を尋ねたり、どんな学習の仕方を探っているかということを探るものです。具体的な項目の例は、ここには載せていませんが、既存のものを項目を減らして使おうかと思っています。あとの2つは今回改めて作ろうとしているもので、数学に特有のものです。追加で配られたものが、数学学習方略についての質問紙です。これは植阪さんからお願いします。

5.2 数学学習方略に関する質問紙

植阪：今までご紹介したものはどれも実際的に問題を解くというものだったのですが、ここでは普段どういった学習方法を探っているかということ算数・数学に特化して尋ねるような質問紙を作りました。まだ試作段階で予備調査も行っていないので、今後洗練していく予定です。とりあえず今挙がっている項目をご紹介

介します。

算数・数学に特化したということですが、算数の学習過程というのは概念を理解する、たとえば教科書などを読んで概念を理解する部分と、実際に自分で問題を解くというような2つの部分からなると考えられます。そこで、大きく「概念理解過程」と「問題解決過程」の2つに分けて作りました。

5.2.1 概念理解過程

概念理解過程はさらに3つの段階に分けました。1つ目は「概念の受容」、つまり新しい知識を獲得する段階です。具体的には、「授業で学習する前に、事前に教科書を読む」であるとか、4番にあるように「難しい部分は、自分なりの言葉にかみ砕いて言い直して読む」、とか、7番の「例題の解き方を自分なりに説明してみる」といった活動が行われているかを問います。

それから、次の段階としては、「概念の構造化」で、これは新たな知識として獲得したものとこれまでの知識との関連づけをするという段階です。たとえば、12番のような「これまでに学習した内容で似たものはなかったか、それらとの違いはなにかを考える」といったことなどを行っているかを問います。

最後は「概念の表現」段階です。ここでは、「理解できているのかを確認するために、自分で説明してみる」といったような、理解を確認する活動を行っているかを問います。

5.2.2 問題解決過程

次のページに問題解決過程に関する項目をあげています。これらは実際に問題を解くときにどういったことを行っているかということについて問う項目です。これまでの研究から、問題を解く際にはいくつかの過程からなっているということが言われていますので、それに沿った形で作りました。具体的には、まず、「問題理解の過程」と、問題を読んでそれを計算に落とししていく「計算の実行過程」の2つに分けました。さらに、「問題理解過程」は個々の文の理解である「問題の変換」、文同士のつながりを理解する段階である「問題の統合」に分け、また、「計算実行過程」では、どういった式を立てるかといった「計画」段階と「計算の実行」という段階に分けて捉えました。

また、学習した後に学習者が一体どういう活動をしているのか、そして次の学習につなげていくのかというのが重要であると考え、これまでのモデルとは違うのですが、「問題解決後の検討・振り返り」という段階を付け、それに関する項目も加えています。例えば、「問題を解き終わった後に、なぜ間違えてしまったのかを考える」などの活動です。

個々の項目については、今までの知見、質問紙などを参考にして作ったという感じです。

市川：ここの具体的な質問項目については、今はまだとにかく案としていろいろ出しているという段階です。一応の枠組みとしては、大きく「数学の勉強」といったときに普段何をやっているかということ考えたときに、まず数学的な概念をいろいろ理解するというのを一方ではやっています。それから、もう1つは問題を実際に解けるように問題練習をやっています。ですから、その2つに大きく分けて考えるわけです。概念を理解するというのは、ここにもあるように、情報を新しい知識として自分なりに構造化・加工し、その概念を表現する、そういうことを通じてだんだんと理解を深めるということだと思えます。そういう情報処理過程に沿って一体どんなことをやっているのかということ項目として挙げてみました。実際どれを採用するかということについてはこれから吟味していきます。

それから、問題解決の方については、解決過程は、理解の過程と計算の実行過程に分けて考えるというのは認知心理学ではよく言われていることです。問題理解のプロセスというのは、一体そこでどんなことをやっているのか、それから、実際に問題を解くときに、解決方法を模索して答えを出すという部分でどんなことをやっているかというあたりのことをいろいろと出してもらいました。

さらに、解いた後に何をするか、これが非常に大事であると我々は学習相談を通じて思っています。普通は解いた後に答えを見て合っていれば○をつける、間違っていたら×をつけるだけという子が多いです。せいぜい、間違っていた問題は正しい答えを赤で書くくらいで終わってしまいます。なぜ間違えたか、なぜできなかったのかということそこら引き出して、次に活かすという行動を是非やってほしいということ我々も学習相談の中で生徒によく言っていますので、そういうことを入れてみました。

5.3 問題解決過程の分析

最後に問題解決過程の分析です。

5.3.1 課題の趣旨

植阪：問題解決過程評価課題のところですか。もう2枚後のページに問題と目的というのがありますのでご覧ください。この課題の趣旨について初めにご説明させていただきます。

先ほど市川先生からご説明ありましたように、これまでのテストというのは問題の正誤のみが分析対象であって、ほとんどの場合、問題解決過程の診断・評価というのは行われてきていません。しかしながら、私たちがやっている学習相談の中で学習者の問題解決過程にはさまざまな問題があるということが指摘されてきています。

1つの例としては図表の利用ということが挙げられると思います。例えば先生は授業において非常に多くの図表を使っていると思います。しかし、学習相談に来ている学習者はわからない問題に出会うと、じっと紙を見つめて、何も書かずにうんうんとうなっているというように、図表などを全く利用しないといった光景がよく見られます。図表を利用するという行動は、問題解決をよく促進するということがこれまでも繰り返して示されている方略で、先ほどの質問紙にあるような1つの学習方略としての位置づけだけでなく、学ぶための力や、問題解決力の中の重要な力であるというふうに考えられます。よって学習者自身が、問題解決過程の中で図や表を用いて問題を理解したり、答えを探したりという活動をどの程度、しかも自発的に行っているのか、あるいは行っていないのか、等の情報を診断内容として先生方、あるいは学習者自身に提供することは有益であると考えました。それで本課題では、こうした考えに基づいて、問題解決過程の中でも図表の利用という方略の利用状況を中心に診断を行うことを目的として作りました。

2枚前のページを見ていただければわかるのですが、使っているのは代数文章題です。図形問題における図表の利用を見てもよかったですのですが、あえて代数文章題を使った理由としては、代数文章題では例えば線分図や状況を表す絵など、どんな図表を利用するかということが明らかではないことが挙げられます。こうい

う問題においてこそ、学習者が普段どの程度そういった活動を行っているのか、また、どのくらいそういった力を豊かに持っているのかというのを把握できると考え、代数文章題で実施するという形となっています。

5.3.2 評価の観点

個々の問題をどのように評価するかという観点については、4点考えています。まず、図表なしでも簡単に解けてしまう問題はいいのですが、図表なしでは解決できないような問題に出会ったときに、自発的にそういった図表を利用するという活動を行っているのか、というのがあります。それから、図表を利用していたとしてもそれが問題解決には結びついていない場合には、どういった問題があるのか、たとえば、自発的になんとか図表はかいているけれど、それはあまり役に立たない図であるのか、あるいは、しっかりとした図はかいてあるけれど、その図を解法の探索に結びつけられる力がまだ付いていないのか、などの情報をお返しするということです。それから、途中経過を書いてもらう形になるので、式なども書くと思うのですが、そこから数学的概念が理解できているのかどうかということを見ます。また、適切な数学的操作、例えば計算などに間違いがないのか、などの点から見ます。

それでは前の2枚に戻って問題を少し見ていただきたいと思います。とりあえず図表ということがメインだったので、どんな図表を使う問題なのかを中心にカテゴリに分け、構造立ててみました。問題1aという番号の他に(易)(中)(難)という難易度が付いているのですが、この難易度はだいたい中学校2年生レベルを想定してつけています。もちろん全部の問題を実施するわけではなくて、この中から、2題もしくは3題選んで実施する形になります。

1つ目のカテゴリは状況を表す絵が有効な問題です。例えば、「A子さんの家の前には東西にのびるまっすぐな大通りが…」という問題は状況を表す絵を描くことが有効な問題で、図を描きやすい問題だと思います。このような問題から図をどれくらい自発的に利用しているのか、また、うまく利用できているのかななどを測定します。

それから、2つ目のカテゴリは、線分図など抽象化した図が有効な問題です。例えば問題2でしたら、「ひろさんはT中学校の生徒の人数を…」というこ

人数を線分のような形で表現することが有効だと思います。そういった抽象化ができるのか、自発的にできるのか、といったことを見ます。

3番目のカテゴリは表などによって規則性を発見することが有効な問題です。

それから4番目のカテゴリは、表などによって情報を整理することが有効である問題です。例えば方程式を立てる際に、そういった表にまとめて作るということが有効だと思いますが、それができるかどうかということです。先ほどの表現問題のところでも似たような問題として、問題を与えてそこから表を作りなさいというものが出ていたと思います。しかし、ここでは「自発性」ということを重視していて、やれと言われてればいいのかもわからないけれど、自発的にそういうものを、特に難しさを感じた場合にやるのかやらないのか、というところを見てみたいと考えています。

6 何を測定したいのか

市川：今回用意した問題は以上です。あらためて1枚目のところを見ていただきたいと思います。結局何を測定したいのか、評価したいのかということをお話しします。我々が学習相談などをやっているとき、子どもが「数学が苦手です」と言ってくるわけです。苦手だというのは具体的には何に困っているのか。1つにはテストでいい点が取れません、ということがあります。それからもう1つは、授業がわかりません、ということだと思います。そういう問題があるときに、そもそもそういう生徒はいったい何が問題なのか、ということになるわけですが、既存の数学のテストだけではどうもそれにうまく答えられないわけです。また、いいアドバイスも出せないのではないかという思いがありました。

例えば領域別の出題ですと、「あなたは図形が弱い」というようなことは出てくるのですが、「図形が弱いから頑張りなさい」というだけではどうも学習改善には結びつかないわけです。学習改善に結びつくためには、そもそもどういう力が付いていないのか、それはどんな学習行動をとっているからなのか、あるいは授業方法の問題もあるかもしれませんので、そもそもどういった授業を受けているのか、ということを確認する必要があります。今回試作したテストには4つのカテ

ゴリがありましたけれども、そういうところを少し細かく診断的に見ていって、最終的に学習改善にも結びつくような機能を持たせたいと思って作成しました。

以上です。

7 討 論

金子：大変面白い発表だったと思います。これまでのところで少し質問といいますか、ディスカッションをしていただけますでしょうか。南風原先生から何かありますか。

7.1 テストのねらい

南風原：個別の問題についてというよりは、このテストのねらいなんですけども、このテストがうまくいくかどうかの成否はその診断機能の強化にどれだけ徹底できるかだと思うんですね。子供の優劣をつけるですとか、あるいは普通のテストのように指導要領や教科書をどれだけ網羅しているか、そういったことに目移りせずに、できない子は、なぜ何ができないのか、といったことを診断して治療に結びつける、(「治療」というのがよいかわかりませんが)というファンクションに徹底していくというのが成否の鍵じゃないかと思っています。

それから、診断といったときに、スピードのような量的なものも入っていますし、図を描くとか、誰かに説明してみようとするとか、そういう質的な方略的なことも両方入っているということも特徴となっています。

さらに、こういったものがデータとして得られたら、その中で分析するだけでなく、通常の網羅的・総合的な数学力の指標というものが他のテストで得られると思うんですけども、そういったものとの関連を見て、この診断テストのどの部分が、総合的な学力を強く規定しているかという分析も可能だと思うんですね。ほかにも個々の問題の特性を統計的に明らかにすることによって、個々人の診断というものを超えて、学校なり、ある広がりを持った集団の診断という機能も併せ持つことができる、ということがねらいとしてあるのかなと思います。

金子：そういった意味でも非常に有用というわけです

ね。ただ、少し個々のところについて見ていくと、いくつか問題点も出てくるんじゃないかと思うんですけど。いかがですか。

7.2 問題の難易度について

金子：論理的判断課題というのは、すごいやりにくいのでは。

市川：これ、問題自体はまだ思案中です。しかも、どれくらい難しいかというのはよくわからないんですよ。

金子：教えている教科と関連づければ、だいたいどういうスタイルでやってもわかるけれど。例えば、そういうのとは全く関係のないところで、ぱっと出てきたときにちゃんと表現できるのかどうかというのと、何を聞かれているのかわかるかというのはまた難しいような気がしますね。

いわゆる「学力テスト」でこういう形のものは結構あるんですか。

市川：少なくとも「学力テスト」というもので、このように○×をつけていくなていうのは数学ではないと思うんですよ。でも、こういうことさえできないとすれば、やっぱり教科書を読むときだって相当手こずるでしょう。問題集の答えを読んでもわからないという子も結構います。なんでわからないかという、論理が追えないんですよ。そこら辺の問題があるのかどうかということ診断したい。

ですから、こういうのがどれくらいできるのかというのは、実際にこんなテストはあまりないと思うんですよ。よくわからないんですよ。こういうのは簡単だという子も当然いるでしょうし、そもそも問題の意味がわからないとか、正しいか判断できないという子も相当いそうなので。とにかくこれもやってみるしかないのかなと。

金子：後の方になるとそうなんですけど、考え方のストラテジーみたいなものを見ようとするわけですよ。方略とか図とかどういう考え方をしているかとか。そういうものになればなるほど難しくなっていく。どういう風に考えているのかということ診断するのは難しいですよ。そういうことをテストしようとするのだんだん問題が難しくなっていくという感じですか。

犬塚：後の方になるほど難しくなっている気がするよ

うのは、今作っている問題の題材もあるかなという気がします。もちろん基礎的なスキルについては基礎的なものなので簡単に見えるのですが、たとえば論理的判断課題や説明表現課題などは、問題のレベル自体が足し算引き算のレベルからみれば難しいものを作ってしまった。そこが作りやすかったということもあるんですけど、今はそういう作りやすいところから試しに作って試している状態なので、ここにある問題が難しいというもの、論理的判断課題が難しいというのとはちょっと違うのではないかと思います。ただ、今出ている問題ではちょっとそういう問題があるかなと思います。

7.3 制限時間を設ける意義と計算の工夫について

金子：1ページの単純計算問題ですけど、たとえば小学校6年生くらいなら、これをだいたい30番くらいまで、2分でやるとどれくらいの子供ができるんですか。

市川：それはまだ全然わからないので、これからやらざるを得ないです。我々がこういうのを作る時は、まず大学生にやってもらったりするわけです。大学生とか大学院生だとどうでしょうか。2分では苦しいですか。私と小林さんが作ったのですが、2人ともかなり珠算に長けているので、かなりできちゃうんですよ。普通はどうなのかというのは、とにかくやってみるしかないです。これが易しすぎるということになれば、もっと出すこともできますけど、そんなにゴリゴリやらなくてもいいのではないかと思います。これが2分でできれば相当立派なもので、別に問題ないと思うんです。中には小学校6年生、中学生くらいでも、やっぱりものすごく遅い子がいて、考え込んでしまうということがありますので。

金子：繰り下がりとかいうのはかなりつまづくものですか。

市川：一応はできるんだけどスムーズにはできないということ。当然普通の子だったらパッと一瞬でできちゃうことでも、「うーん」と考え込んでしまったりする。これはとにかくやってみないと何とも言えません。2分でできるテストですから、できるだけいろんなところでやってみていただきたいなど。

あと、杉澤さんの方で、コンピュータでこのような計算問題を生成するというようなものを今作ってくれ

ているようです。ある意味では、単にテストの時だけやるというのではなくて、普段の練習の時にやってくれてもかまわないわけです。コンピュータで作れば何十バージョンと作れますから。

佐藤：たぶん、ぼくはできない。事実、小学校の時、計算間違いばかりして算数ができなかった。数学になったら、おおよそ違う世界で、とたんに好きになった。今考えると、なんで間違えていたのか思い出せないんですよ。本当にしょっちゅう間違えてしまう。

たとえば、工夫計算課題がありますよね。時間が決められているでしょ。そうなるとたんにダメになっちゃう子とかいるんじゃないですかね。教室なんかで見ていると、時間を与えればいろんな方法を工夫するんだけど、時間を制限されてしまうと遮二無二突進しちゃう、というパターンがある。そういうパターンがはっきり見えるとそれ自体が意味があるとは思いますが。

もちろん素人なんでどういうことが考えられるのかよくわからないところはあるけど、例えばこういう時間を設定した部分と、それから今度はもう1つ類似の問題を出してきて、答えが書いてあって、2通り解き方を示しなさい、というような形で聞いてみる。この場合は少し時間を与えて。そういったものの突き合わせがあると、もっと見えるのかなと思ったんですけどね。そういう方法がいいのかどうかわからないんですが。いくつかのパターンが見えるのだけど、例で挙げると、(8)の $6464 \div 8$ というのは、普通にどんどん計算するよりも、64と64のかたまりでみるというわけですよ。

市川：作った方の意図としてはそうです。

佐藤：同じような形が後ろの方にも出てきて、(18)とかもそうですよね。今、素朴にいったんですけど、実は解き方を示しても、そうやって2つに表すこと自体が難しいのかなと思って。そういうことが問題によってはある。例えば、(17)で 19×101 というのがあるよね。これはおそらく僕だったらどうするかということだけでも、いくつか考え方がある。まず 19×100 をやって19を足すというやり方。あとは 101×20 をやって101を引くというの、やり方としては考えられますよね。仮にそういうことをやる子も、それを立式して表現できるかというところとちょっとわからないところがあるんだよね。

金子：これを見ていると、直感的に数とか図形の世界

で考えていることと、それを言葉で表したり言葉で理解することとはかなり別物ではないかと思う。そうすると難しく見えてしまうところがあるのでは。

佐藤：要するに意図としてわからない部分があって、2分という時間制限を付けることによって、こういう数の仕組みとか、そういうことを発見するのかどうかということがある。ある程度反映すると思うんだけど、それが本当にそういうことをやっているのかどうかということは、いまひとつクリアにならないかなと思う。つまり最初の3つは一種のスピードですよ。そういう制限をかけることによってそのことを見るというやり方ですよ。これと同時にもう1つ何か考えられないか、併用できないかと素朴にそういうことを思います。

南風原：佐藤先生がおっしゃったことについては、工夫計算のところ、例えば、「 $6464 \div 8$ ではどんな工夫ができますか」ということを問うこともできますよね。たとえば 12×12 だと、どういうことができるんでしょうか。

犬塚： 12×12 は、まず 12×10 をやってというふうに分けることを考えて作ったのですが。

南風原：そうですか。そういうのはどれだけみんなにシェアされているのかということもありますよね。シェアされているものについては、基本的なところを工夫できるかどうかを「どういう工夫ができますか」という形で聞く問題も出せますよね。

犬塚：それはその通りだと思うんですけど。

南風原：ただ、こういう問題というのは、どういう工夫ができますかと言われれば「ああ、工夫するんだ」と考えて工夫するけど、これだけをパンと出題されて素早くできるというのは自発的に工夫していると考えられるわけですよ。工夫を要しない単純な問題との違いを見れば、工夫という側面でのその子の診断ができる。

佐藤：それはわかるんだけどね。組み合わせを試みることはできないかなと思って。それをまずやってみて、できる子とできない子に分かれますよね。できる子達はそういう工夫をやっている…

南風原：それも1つの診断ですよ。どうやって工夫しますかと問われたら工夫の仕方が出てくるんだけど、この問題を現実に出されたときは自発的には工夫していないということも1つの診断といえますから。

佐藤：そういうことなんです。ぼくはそういうパター

ンでできなかったと思うんだよね。2分といわれるとそれだけで計算が苦手だという意識が入るから。

犬塚：小学生だと2分で急げといわれると工夫する余地がなくなるような気がします。

佐藤：工夫しろといわれれば結構やっちゃう、あるいは工夫自体ができなくて本当にできない子とか、いろんなパターンがあると思う。

市川：ここにあるのは、以前実施したときとインストラクションが変わっていて、工夫しなさいということはインストラクションに入っていました。「工夫するとできるものがあります」という感じで。実は全部工夫すれば早くできるんですけどね。「これは工夫をすると簡単にできる問題だ」という構えは持ってもらっているんですよ。その上でどれだけ工夫ができるかという形にしています。

こちらが一番見たいことは、とにかく計算というとなんでもかんでも筆算にすぐに飛びついてしまわないかどうかということなんです。そういう子が中学・高校でも結構いて、たとえば、3秒くらい見てから筆算してもいいわけなのに、計算となったとたんに筆算に飛びついて結局ものすごい時間を要して、どこかで間違えちゃうというようなパターンがすごく多い。それは普通の学習をしているときからの姿勢だと思うんですけど、ある程度普段からそういう構えを持って心がけていれば、こういうのは割とできると思うんですよ。それをとにかく診断して、これがよくできないという子については、「こういうふうには工夫するとできるよね」というインストラクションを与えるだけで結構できるようになっちゃう子もいる。もちろん、それだけではだめで、やっぱりある程度トレーニングしなければならぬ子もいると思うんですけど。

少なくとも、計算が遅くてできないんですといって困っている子をみると、結局何の工夫もしていませんので、工夫するとこんなに違うものなんだということは知ってほしい。

南風原：今の教示というのは大事ですよ。工夫してできますという、それを強いる形で全部工夫しなければいけないかと思ってしまったりかもしれない。パッと計算できるものについてもそうになってしまうので、「中には工夫すれば」というようなものにすればいいですね。

市川：そうなんですよね。「工夫すると早くできるものもあります」という言い方だったんですよ。これは

早い方法を思いつかないと思ったら、いつまでも工夫にこだわっていないで筆算したっていいわけなんですよ。

佐藤：ここで工夫というのは、例えば 59×2 みたいなものでも何でもいいんですが、計算式がありますよね。それが量の構造として見えてくる、あるいは置き換えることができるというかな。

これだけやるというのにちょっと抵抗を覚えたのは、この問題でも工夫しているかしていないかというのはなるほどよくわかるなと思うんだけど、速さという基準だけでみていることからくる見えなさがあるように思うから。

犬塚：時間のプレッシャーのようなものの影響について佐藤先生はすごく気になさっているわけですか。

佐藤：そういうこと。

市川：これは他の問題解決でもそうなんですけど、全体としてみると、「数学の力」といったときに、じっくり考えて、それこそ時間をいくらかけてもいいからじっくりねばり強く考えるという側面と、ある程度基本的なことは自動化されていないとできないというところがある。これはスポーツだって音楽だって何にでもあるじゃないですか。ここではそれをいろいろ組み合わせたつもりなんです。

この第1カテゴリについては、これはある程度将棋や囲碁で言えば定石にあたるようなものとして、ここまでくればスッとできるというようなもの。これで速さを要したいという意味なんですよ。

佐藤：同じ問題を割合問題にも感じるんですよ。こういう問題を見たときに、これはこういうパターンだといって解く子もいるよね。

市川：割合の問題は、それはそれでいいと思っているんです。むしろ、そういうパターンを運用してスッと解けるように。

佐藤：それは、できるということではそうなんですけど、わかるという次元で考えたときに、たとえば(9)であれば「20%引きで、2,400円出してCDを買いました。CDの元の値段は何円ですか？」という計算を実際の場面ではできるんだけど、いざ文章題になるとすごく苦手な子っているじゃないですか。そういうときに問題になっているのは、こういう一見日常的な場面として書かれている事柄を数学的な問題に翻訳できる、あるいは数学的な問題として再定義できるかということですよ。そこが違うんじゃないか、問われるんじ

ゃないかと思うんだけど。数の形で表せないとか、図が描けないとか。

犬塚：どちらかといえばそこを見たいんで、数字は簡単にしています。場面は割と日常的なんだけど、文章から数学にもっていかなければいけないという問題という意味で作ったものなんです。

佐藤：そうなんだよね。ある種の時間制限の中で立式も書かせるつもりですか。

犬塚：そうです。立式も含めて全部問題なので。

南風原：制限時間をどうするかが難しいところで、途中で止まってしまっても、後の問題はできるかもしれない。

犬塚：あと、問題の配列の仕方というのも問題ですね。おっしゃっていることは確かにその通りです。

7.4 「どこがわかっていないのか」という診断

佐藤：たまたま、今授業を見ていてあったのですが、先生が子どもたちに、全体の量を2:5に分けるにはどうすればいいかということを知りたいです。いろいろな解き方が出てきて、中には x を使う子もいたんだけど、 x は習っていないから、たぶん塾で教わったんだと思う。その授業では最初は数直線でやって、最後はどうやったかという、「全体 $\times \frac{5}{7}$ 、全体 $\times \frac{2}{7}$ 」としました。それで、一番最後に $\frac{5}{7}$ をかけるという意味を説明したときに、なんと、一番わからなかった子が一番説明がうまくできて、他の子がそれによって納得したという逆転が起こっている。

このプロセスが面白い。つまり、「わからない子」と一口で言うんだけど、概念でも何でも、どこが本当にわかっていないのかということが、できれば見たいわけですよね。じれったいくらいいつも授業を見て思うことなんです。あの子が劇的にわかったのはなんだろうとか、わかっているつもりの子が実は全然わかっていなかったりとか。今回それはどういう方法でそれがわかるのかな、ということ。

南風原：今回の多角的ですよ。式があったり言葉で表したり。今の例のように、できないと思われた子が、ここは大変よくできているという部分があったり、逆に普通のテストは問題なくできているんだけど、表現とかになるとできていないということですよ。そういう診断も可能になりますよね。

佐藤：教室で見ているとよく起こることで、最も算数が苦手な子が、実は最もよくわかってしまう。やってみるとよくわかる。

金子：そういう、どこでわかっているのか、とかいうことはどうやって測るんですか。例えば、素朴図とかの「問題解決過程評価課題」というところがありますよね。これは解答を実際に書かせて、採点する方がそれを見て、ここがこうなっているから、ここはわかっているけどここはよくわかっていないということがわかるのですか。このパターンでやっていてこうだから、とか採点のテンプレートみたいなを作っているのかな。

植阪：今考えているのは、たとえば、これを学習者に解かせてみると、いくつかのパターンに分かれると思うんですよ。有効な図というのも問題ごとに大体できてきて、そういった図というのを予備調査の段階で集めておいて、それを参考にしながら学習者がどういう段階にいるのかということを見ていくつもりです。

金子：これは採点する方が一種のテンプレートを持っていて、こういう図だからこうだというのがわかるということですか。

植阪：はい。そうですね。

南風原：今出た図のところは正しい図が描けるかというのものもあるんだけど、図を使うかどうかという自発的なところ、ストラテジーを身に付けているかどうかということもわかる。

7.5 自動化された解答のパターンと生徒の理解の状態

佐藤：ここで、僕の中で引っかかった問題というのは、時間を制限するでしょ。問題を読んで、この問題はあのパターンで解くんだということではめてやる子もいると思うんですよ。それって本当はわかっているかどうか怪しいところがありますよね。本当はパターンに当てはめないで意味を考えなきゃいけないよね。これだとパターンに当てはめる形はとれると思うの。

市川：そういうところを見たいんです。つまり、例えば、問題の意味も考えずにそういう指導法をする塾とかがあるじゃないですか。これこれこういうのが出たら何々だとか。でも、そういうのは、例えば数学用語の意味もほとんどわかっていなかったり、概念も説明

できない。自分が出した答えなのに手続きを説明できないということが起こる。そこは表現させてみることによって、こういう問題はこういうパターンで解けばいいんだという操作だけで機械的にやっている子は、こういう問題でどんどんつまづいてくる。そういうところを出したい。

佐藤：この形だとどんどん抜けちゃうんじゃないかと思って。

市川：でも普通のテストよりはるかにいいですね。概念の説明とか、そっちのほうで見ることができますから。

佐藤：ああ、こっちの概念理解とかの方で。

市川：そういうのをかなり取り揃えているということなんですよ。

植阪：さっき佐藤先生がおっしゃった、どんどんパターンにしてしまうんじゃないかというのは、私たちとしても危惧していることなんですよ。

佐藤：パターンにしてもいいんだけどね。この子はそういうパターンで全部やっちゃっているということがわかるというのが大事なことで。

植阪：質問者の方としては、そういうパターンに乗っかれるときには乗っかればいいと思うんです。ただ、問題を作成する段階で、いわゆる教科書に載っていて、どこでも見るようなものは省こう、もしくは、そこまで当たり前ではないような、ある程度図表なり何なりを自分で作ってやれる問題にしようとしています。ただ、そういうことをやったときに難しい問題ばかりになってしまうのは困ります。例えば、問題解決過程評価課題の2枚目にある「表などによって規則性を発見することが有効な問題」の(難)を見てください。「夏子さんは3歩あるく間に2つゴミを拾います。冬子さんは2歩あるく間に1つゴミを拾います。…」というのは、市川先生にやっていただいても結構「うーん」という感じだったので、そういう問題では図が出てくるか出てこないかというのは本当にクリティカルに見えると思うんです。ただ、それだけでやると、全然手も足も出ない子もいるかもしれないので、レベルとしてはいろいろ取り揃えています。だから最初にあったような「まっすぐにのびる大通りがあります…」というような問題も含めて組み合わせてみましょうということなんです。

佐藤：それはよくわかる。ただ、僕が言っているのは、たとえば3枚目の割合課題のところの問題で「で

きるだけ速く計算しなさい」とあるけど、これは割合を理解しているのかパターンでどんどんやっているのか、これだけの結果でははっきりとわからないんじゃないかなということ。

市川：割合課題のところではタイムプレッシャーをかけているのは、これはパターンでもいいのではないかなということなんです。これはじっくり考えれば方程式を使うなり、図を描くなりしてできると思うんです。どちらかという割合というのは自動的でも構わない。むしろ、ある程度自動的にそういう操作ができてほしいということなんです。

佐藤：でも小学生では割合計算と分数のところは一番つまづくところなんですよ。

市川：それは自動化できていないといいますか、じっくり説明すればそれなりにわかっているような気にはなっているけれども、本当にわかっているからスッと運用できないのでは。

南風原：佐藤先生が心配されているのは、自動化はされたけれども、わかっているということがあるということですよ。

佐藤：そういうことが問題なんですよ。

南風原：わかっている子は別の説明課題とかで測ることができますよね。

佐藤：市川先生と認識の違うところは、割合とか分数とか子どもがわからないところというのは、自動化されないからできないとは僕は思っていない。

市川：それは説明課題の方で割合の問題を入れればいいのか。

佐藤：そういうことです。つきあわせるならいい。

7.6 多次元的な学力の測定

金子：いくつかバラエティがあるから、特定のパターンでかなりつまづく子とかが出てくるでしょうね。つまづき方のパターンみたいなものがありそう。本当にわかっているなければかなりつまづくんじゃないですか。

佐藤：こういうのを測るのは難しいかなと思ってね。ある1つの問題で測ると、別の問題で、こう切ると斜めに切るとを突き合わせていくような方法ができないかな。つまり2次元で。そうするとややこしくなっちゃうのかな。

よくわかりました。そんへの工夫の仕方ということですね。

市川：佐藤先生が結構気にしているのは、タイムプレッシャーをかけるのがいくつかあって、そのタイムプレッシャーをかけるということの意味、といいますか。

佐藤：タイムプレッシャーだけでなく。そういうのもあっていいと思うんですよ。それとは別に時間をかけて別の表現するものと、それをクロスさせる方法はないのかな、ということなんです。

市川：取り混ぜるということではなく、何か別のクロスさせる方法をということですか。

佐藤：技術的にはどうすればいいのかな。たとえば、まず割合についてタイムプレッシャーをかけてやった問題と、今度は説明を求める問題と、というように。

南風原：2次元ですよ。どちらもできている子、答えはあっているんだけど説明はできない子というように。逆もあるかもしれないけど。それを2次元にプロットすればいいのでは。

佐藤：通常、どの教室でもよくテストするんですけどね。できている、できていないということは見るんですけど、その意味で教師にはフィードバックしにくいんじゃないかと。

市川：我々の問題意識としてもそうなんです。普通のテストがあって、塾に行っている子はなんかよくできている。いい得点はとっているんだけど、こういう説明みたいなのを求めると実はほとんど意味がわかっていない。逆にできないという子の中には、基礎的な計算というのがものすごく遅い子がいる。それは本当にゴリゴリと力でやる計算の腕力がないからなのか、それともちょっとした工夫すらしないからなのか、というあたりを見ていきたい。要するに普通の学力テストで、できたとかできないとかいうだけではなく。

金子：いくつか違う種類があるわけだから、かなり立体的に見ることもできるわけでしょう。

市川：そのつもりです。

金子：組み合わせると立体的に見るというか。

南風原：「立体的」という言葉はいいですね。

市川：多次元的というか、2次元以上ですよ。

7.7 自己報告による回答の信憑性

金子：技術的な問題ですけど、方略は本人に答えさせるんですか。

植阪：質問紙のところは自己報告です。

金子：「授業で学習する前に、事前に教科書を読む」と

か、観察するのではなく本人に答えてもらうのですか。

植阪：普段どうしているかということについては、だいたい5件法で「全くやっていない」から「いつもやっている」まで答えてもらうという形になります。先生が心配されているのは、それが例えばウソをついているとか、そういうことですか。

金子：別にそういうわけではないんですけど。本当にきちんと出たら面白いと思う。確かに回答にバイアスがかなりあるかなとは思いますが。

植阪：昨日、図表の区分のところだけ分析していて、実測データと自己報告データとをつきあわせてみたんですけど、きれいな結果にはなっています。

金子：割と正直にやるということですか。

植阪：はい、そうなっています。

市川：これを成績に使ったりは絶対にしないから、というようなことでやるんです。場合によっては匿名でやることもあるし、暗証番号だけ書いてくれればその人には後でこっそり教えてあげる、ということもある。そういうプレッシャーがなければ割と正直に答えてくれます。

7.8 実施の形態と所要時間

金子：だんだんとイメージが湧いてきて大変面白いと思ったんですけど、これは全部やるにはどれくらいの時間がかかるんですか。誰を対象として、どれくらいの時間で完了できるようなものにしていくかというようなことは。

市川：例えば国研のテストもそうですが、普通のテストはなぜ全クラス一斉にやっているかという、あれは問題が漏れるとまずいからだと思うんですよ。我々の場合はあまりそういうことを考えてないなくて、要するに細切れにして今日はこれやる、今日はこれやるという感じでやっていいと思います。他のクラスに問題を教えたりしないようにと言うとか、あるいは教えたとしてもいくつかの違うバージョンを難易度をそろえて作っておいて問題が漏れるということは別に困らないとか。こういうふうに細切れで考えているんですよ。全部をフルセットでやったら何分かというのはあまり相談していません。

金子：ワンセット実施するのに何回かとかね。要するに60分に対して5回とか。

市川：細切れで考えていたので決まっていなくて。

たとえば最終的に5種類やるとして今日は計算のところだけやりますとか。計算ばかりだと疲れるから、今日は表現課題だけをやろうかな、ということもできると。

金子：例えば1回20分とか30分とかそれくらいということですか。

市川：はい。

金子：何回くらいになるんですか。

市川：全部をやろうと思ったらどうなるんでしょう。

金子：全部ワンセットでやらないと。

市川：ワンセットでやるんですか。あまりワンセットというイメージはなかったのですが。ワンセットでできるようにした方がいいですか。

南風原：やっぱり立体的にということ。

市川：正味どれくらいですかね。3時間くらいでしょうか。

南風原：それは学年によると思うんですよね。まずこの研究を被験者の対象を何年生から何年生までにし、何年生にはどういうセットを何回に分けてと。

市川：それは一覧表にしましょう。テストと学年をマトリックスにして、このテストは何年生で実施というようにします。

佐藤：なんかバラバラに見るよりも立体的に見た方が面白いですよ。

金子：そういうのはあまりいろいろなところでやられたことがないのでは。

市川：実施する時間はバラバラでいいと思うんだけど、例えば1学期の間に一応全部やるとかというくらいでいいかなと。

南風原：全部のプロフィールが描けたものをフィードバックした方がいいですよ。

金子：それだと、非常におもしろいと思いますね。

市川：1週間で一応全部できるくらいがいいですか。時間はちょこちょこ変えながら。

金子：そうですね。30分を5回くらい。

市川：30分×5ですか。それはちょっときついですよね。金子先生のイメージとしては、要するにフルセットというのがあって、全国いろんなところでフルセットをやって結果を出すというものですよね。

金子：たぶん頼むときもフルセットの方がいいのでは。ある程度固まったときにやっぱりいくつかの学校でやってもらうわけでしょう。内的な構造も見たいけど、今度はインストラクションとの関係、つまり学校自体と

の関係もみたいというのが出てきますよね。そう考えるとワンセットでやった方が非常にわかりやすくなるんじゃないんですか。

南風原：今回の研究の実施としてどこまで広げるかというのもあるけど、ツールとして1つ完成させれば、今後これを実施してどういうことができるとか、どういうデータが提供できるとかということがある程度わかりますよね。

金子：比較的小さくてもやっぱりワンセットとして提供できた方がよいので。学校とか先生とかをバリエーションとして考えたりするには、やっぱり、ある程度あちこちでやってみないといけない。

佐藤：先生自身にも見てもらおうと、その辺の子供のいるんなところが見えてくるんじゃないかな。

市川：ワンセットでやると確かにいいんですけどね。我々としてもいい情報になります。ただ、これで参加校を募るときに、やってもらう以上はフルセットでやってもらわないと困りますと言うと、すごいプレッシャーになって、とてもこれをフルセットではできませんと言われそうな気がするんです。

金子：セットの方が魅力があるんじゃないですか。

佐藤：その量が5時間もかかるとなるとどうかなと。だけど2時間くらいなら2回にわけてできそうですよね。

南風原：フルセットを前提にしたうえで問題の量を考えるという方向ですね。

市川：ただし、ばら売りもできるものを。

犬塚：簡易版もあるけど、という感じで。

市川：とりあえず試作段階では、割と気軽にばら売りでテストしてみてほしいですよ。これくらいだったらすぐにできるよという形で。こちらでも、とにかくどれくらいできるのかということを知りたい。

金子：もちろん今はまだ開発途中だからいいと思うんだけど。ただ、最終的にはフォーマットとかも重要ですね。それぞればらばらのフォーマットでやるのではなくて、やっぱり全部揃っていた方がやるほうもやりやすいんじゃないですかね。

市川：とにかくフルセットでやってプロフィールをちゃんとかいて、コメントも書けるようなものということで一応は考えると。しかし、それぞれのある側面だけをみたいというところは、それでも可能ではあるという感じですか。

7.9 標準化は必要か

佐藤：どれくらいのサンプルサイズを考えているの。

市川：それは作る段階ですか。それとも、できあがった後のこと。これはできあがった暁にはどう使われるんですか。

金子：それは皆さんにご相談ですけど。今、都道府県教育委員会に調査をやっているけど、意外と独自の学力調査というのは少ないんですよ。見てみると思ったよりは少ないですね。なるべく早く試用版のようなものを作って、こういうのは興味ありますかとか聞いてみようかと思うんですけど。いくつかやってもいいというところではやってもらおうかと。

市川：なぜそういう基本的なことを聞いたかという、我々はもともと診断に使ってもらえればという気持ちで作ったからなんです。これを全国いろいろところで使ってもらって、そこの子どもたちを診断して学習改善に生かせればいい。ところが、教育社会学の人がこれによって地域比較とか教え方の比較とかそういうのに使いたいとなると、それこそサンプルをどうするかという話になる。これを1つの測定具として何かの研究をしたいという使い方も想定されるわけですよ。

金子：そういうこともあるでしょうね。ただ今の段階では、それこそ立体的な学力が見られる良いものを作るということが大事でしょう。それまでの段階でサンプルみたいなのも当然必要ですよ。できたときはできたときで、他での使い方も考えるということで。とりあえず、ある程度はコンパクトであってもフォーマットとしてきちんとしたものが必要だと思うんですよ。

市川：例えば、標準化ということを考えたら、それぞれのテストごとに数千くらいあればいいと思うんですけど。数千は多いでしょうか。

金子：でもこれは、読んで採点しなければいけないのもかなりあるじゃないですか。とりあえず、どこかで試してみるとかできないですかね。

市川：さっきの計算みたいなのは時間も短いし採点も簡単だから、どんどんやってもらえばできますよね。じっくり1つ1つを見ていくような、表現問題などということになりますと…

南風原：標準化についていえば、きちんと標準化して、テストも何年も同じものを使うというのではなく

て、例えばテストで明らかになった問題点について指導自体が変わっていけば、テストの特性も変わってくる。そうすると静的なものというよりはもっと動くものだと思うんですよね。それならば計画的に大きなサンプルをとってお金をかけて標準化するよりも、こういうところでやったらこういうデータだったという資料を蓄積して行って、自分たちの学校と比べる、というつぎはぎのような形でやっていくイメージでいいんじゃないですかね。

金子：ものすごいサンプルを集めて標準化していくのはたぶん難しいと思う。とりあえずは、一応渡せばそのままやってもらえるというようなところまでやるということで。形式自体がまだかなりバラバラなので。

南風原：それで採点もその場でできるようなマニュアルも。

佐藤：前回南風原先生が言ったことに大賛成なんですけど、政策的にみてどうしたって標準化されたテストは5年先、10年先には間違いなく日本でやられますよ。だからここでしかできない評価の仕方というのを打ち出した方が意味あると思うんだよね。標準化されたテストでは見えませんよとか、あるいは標準化されたテストのやりかたではこういうところまでは捉えられませんよというようなものを。そういう方が意味があるんじゃないんですか。

7.10 今後の開発計画について

金子：いずれにせよ、ある程度形のイメージをつかめるものをかなり急いで作った方がいい。やっぱり、今後それでかなり拘束されるというところがあると思うんですよね。それは次の目標だと思うんですけど。今日の発表は大変面白かったんですけど、今日のプレゼンテーションとディスカッションは、ここの段階で起こしてディスカッションペーパーとしてまとめたらどうかと思うんですよ。まだスターティングポイントですが、一応これはこれで重要だと思うので。

次の段階はある程度フォーマットの決まったもので相談してもらえればと思います。

市川：早速、やってもいいですよというところには、細切れでもいいのでとにかくやってみて、何年生だどれくらいできるものなのか、ということをごちらとしてもまず掴みたいんですよ。今度の土曜日にも私たちの学習相談の研究会があって、現場の先生方も20人

くらいいらっしゃるので、うちでも使ってみようというところには、早速やってもらって様子を見るということにしたいと思っています。

金子：それは是非お願いします。一定のフォーマットに揃ったものはできれば年内くらいにあるといいですね。

これは非常によくできているんだけど、今のままだと人に見せても説明をしないとわからないというか、受け入れてもらうのは難しいと思うんですよ。

市川：インストラクションもつけてね。

金子：いろいろな問題を含んでいるとしても、既に実施できるものとしてあれば、COEの他のメンバーに聞くこともできますから。あるいは連携委員もたくさんいるわけだから、そういう人たちに見せることもできる。見せればうちでやってもいいという人も出てくるかもしれないし。

南風原：我々としては実際に診断機能があった、診断の役割を果たしたというところまで確認したいですよ。それだとちょっと時間が足りないような気がします。

市川：マニュアルは試作品をやってもらう段階でも必要なので作ります。

金子：だから、その手のものを年内くらいにやってもらうということ。他のところの人たちもどういうことをやっているのかわかるから。

市川：現場でも結構求められていますよね。現場ではなんでほしいかという、要するに学力向上策とかいうのがあるわけですよね。その事前テストとして、まずとにかく学力テストをやっておきたい。それで学力向上策を講じてどれくらい効果があったか、ということをちゃんと測定して出したい。それで、結構「何かありませんか」と言われるんですよ。そういう意味で、やってくださるところがあればどんどんお願いしていきますので、こちらとしてもそういったフォーマットをちゃんと備えたいと思います。

金子：本当にご苦労さまでした。どうもありがとうございました。

配布資料 1

算数・数学基礎学力診断テストの開発

(2003, 9, 17)

■従来の算数・数学学力テストの問題点

- 1) 領域別の出題、診断がほとんどで、その背後にある基礎学力や学習行動を診断することになっていない。
- 2) 同時に問題を手渡し、全体の制限時間を決めてその中で遂行させる方式が多いために、
 - ・速さを要する能力（たとえば、計算、素早い判断）を診断することが不可能
 - ・誤答（あるいは無回答）が、手をつけなかったのか、考えてわからなかったのか同定することが不可能
- 3) 解答の過程や、日常的な学習行動の把握ができない。

■特徴として出したいこと

- 1) 診断機能を強化する
 - ・生徒個人について、基礎学力の側面ごとに診断できる機能
 - ・指導のあり方を評価し、今後の授業にも生かせるようなもの（とくに、これまでの学習相談などで、問題とされた点を重点的に）
- 2) それぞれの下位テストの時間を短くして、実施しやすくする
- 3) ある程度の学年幅の中で共通に適用可能にする
(たとえば計算であれば) 小学校中学年くらいから、中学3年くらいまで

■具体的に作成するテストとその特徴（下線は、試作問題を作成済み）

- 1) 速さを要する演算課題（それぞれの課題は、2～5分）
 - 単純数値計算：① 1位数の加減 ②乗算・除算
 - 工夫を要する数値計算：①加減 ②乗算・除算
 - 文字式計算
 - 割合問題
- 2) 概念理解・論理（各5分程度）
 - 概念、ルールに関する正誤判断課題
 - 論理的判断課題
- 3) 数学的表現課題（合わせて20分程度）
 - ①概念・意味・手続き等の説明 ②数式と意味との対応
- 4) 問題解決
 - 一般的な学習動機、学習スタイルに関する質問紙（既存のもの） 5～10分程度
 - 数学学習方略に関する質問紙：①概念理解 ②問題解決 5～10分程度
 - 問題解決過程の分析 15～20分程度

配布資料 2

計算課題

氏名 _____

【単純計算課題】

できるだけ速く計算しなさい。(制限時間 2分)

かかった時間 _____ 分 _____ 秒

繰り上がり・繰り下がりポイント

(1)	$1 + 6 =$	0・0	
(2)	$4 + 3 =$	0・0	
(3)	$7 + 5 =$	1・0	
(4)	$6 + 7 =$	1・0	
(5)	$8 + 9 =$	1・0	+1 個
<hr/>			
(6)	$4 + 3 - 5 =$	0・0	
(7)	$5 - 4 + 8 =$	0・0	
(8)	$8 + 4 - 2 =$	1・0	
(9)	$9 + 6 - 7 =$	1・1	
(10)	$9 - 2 + 8 =$	1・0	+1 個, -1 個
<hr/>			
(11)	$1 + 5 + 3 - 8 =$	0・0	
(12)	$2 + 4 - 5 + 1 =$	0・0	
(13)	$9 - 6 + 4 + 2 =$	0・0	
(14)	$3 + 9 + 4 - 5 =$	1・0	
(15)	$7 + 9 - 4 + 2 =$	1・0	
(16)	$9 - 4 + 3 + 8 =$	1・0	
(17)	$8 - 7 + 4 + 5 =$	1・0	
(18)	$3 + 7 - 8 + 2 =$	1・1	
(19)	$2 + 9 - 7 + 4 =$	1・1	
(20)	$1 + 8 + 3 - 4 =$	1・1	+2個, -1 個
<hr/>			
(21)	$5 + 4 - 6 + 3 - 2 =$	0・0	
(22)	$7 - 2 - 4 + 3 + 1 =$	0・0	
(23)	$3 - 1 + 7 - 2 + 8 =$	1・0	
(24)	$5 - 1 - 3 + 6 + 7 =$	1・0	
(25)	$5 + 8 - 4 - 2 + 1 =$	1・1	
(26)	$6 - 4 + 9 - 3 + 1 =$	1・1	
(27)	$7 + 8 - 2 + 9 - 1 =$	2・0	
(28)	$6 - 3 + 8 + 9 - 4 =$	2・0	
(29)	$9 + 5 + 7 - 8 - 2 =$	2・1	
(30)	$8 + 3 + 9 - 5 - 6 =$	2・2	+2個, -2個

※ 計算途中で、値がマイナスにならないよう工夫。

【工夫計算課題】

できるだけ速く計算しなさい。(制限時間2分)

かかった時間 分 秒

(1) $30 \times 21 =$

(2) $48 \div 4 =$

(3) $27 \times 5 =$

(4) $621 \div 3 =$

(5) $12 \times 12 =$

(6) $300 \div 25 =$

(7) $43 \times 101 =$

(8) $6464 \div 8 =$

(9) $33 \times 11 =$

(10) $3507 \div 7 =$

(11) $20 \times 34 =$

(12) $36 \div 3 =$

(13) $59 \times 2 =$

(14) $1040 \div 2 =$

(15) $99 \times 9 =$

(16) $400 \div 25 =$

(17) $19 \times 101 =$

(18) $3636 \div 9 =$

(19) $11 \times 22 =$

(20) $2409 \div 3 =$

【割合課題】

できるだけ速く計算しなさい。(制限時間 5 分)

かかった時間 _____ 分 _____ 秒

割合を求める問題

- (1) サッカーのシュート練習を 20 回やり, 14 回成功しました. 成功率は, 何%ですか?

答 $(14 \div 20 \times 100 = 70\%)$

- (2) お祭りに集まった 800 人のうち, 480 人が女性でした. 女性は, 全体の何%ですか?

答 $(480 \div 800 \times 100 = 60\%)$

比べられる量を求める問題: 割合を直接かける

- (3) 定員 200 人の電車に, 定員の 70% の人数の人が乗っています. この電車に乗っている人は, 何人ですか?

答 $(200 \times 0.7 = 140 \text{ 人})$

- (4) 面積 100 m^2 のビニールハウスの, 50% にカーネーションを植えたいと思います. カーネーションを植える面積は, 何 m^2 ですか?

答 $(100 \times 0.5 = 50 \text{ m}^2)$

比べられる量を求める問題: 1 から引いた割合をかける問題

- (5) 2000 円のおまんじゅうが 20% 引きになっていました. 値段は何円ですか?

答 $(2000 \times (1 - 0.2) = 1600 \text{ 円})$

- (6) えみさんのクラスは 40 人で, 今日は 10% の人が風邪で休みました. 学校に来た人は, 何人ですか?

答 $(40 \times (1 - 0.1) = 36 \text{ 人})$

基にする量を求める問題: 割合で直接割る問題

- (7) よしこさんの会社では, 昨日, 紙を 240 枚使いました. これは, 今日使った紙の枚数の 80% にあたります. 今日使った紙の量は, 何 kg ですか?

答 $(240 \div 0.8 = 300 \text{ kg})$

- (8) 牛肉には, たんぱく質が全体の重さの約 20% 含まれています. 牛肉から 80g のたんぱく質をとるには, およそ何g の牛肉を食べればよいですか?

答 $(80 \div 0.2 = 400 \text{ g})$

基にする量を求める問題: 1 から引いた割合で割る問題

- (9) 20% 引きで, 2400 円出して CD を買いました. CD の元の値段は何円ですか?

答 $(2400 \div (1 - 0.2) = 3000 \text{ 円})$

- (10) 工場で作られたおもちゃのうち, 30% が不良品で, 700 個しかできあがりませんでした. もともと何個作る予定でしたか?

答 $(700 \div (1 - 0.3) = 1000 \text{ 個})$

論理的判断課題（中2～高3）

次の文の内容は正しいでしょうか、誤りでしょうか。

正しいという確信が強い場合	○○
たぶん正しいと思う場合	○
正しいか誤りか分からない場合	△
たぶん誤りと思う場合	×
誤りという確信が強い場合	××

をカッコの中に記入してください。なお、

文の意味そのものが分からない場合には、?

を書いてください。

記入例： $x = 3$ のとき、 $4x = 12$ である。 (○○)	【正しい文】
円の面積を2倍にするには、半径を2倍にすればよい。 (×)	【誤りの文】
x が実数で x の2乗が0ならば $x = 0$ である。 (?)	【正しい文】

- 1) 角 $a =$ 角 b ，角 $a =$ 角 c ならば、角 $b =$ 角 c になる。(○)
- 2) $y = 3x - 2$ のとき、 y の3乗 $= (3x - 2)$ の3乗になる。(○)
- 3) $(a - 2)$ の2乗 $> k$ の2乗ならば、 $a - 2 > k$ になる。(○)
- 4) $2a - 3 > b$ で、 $b > c + 1$ ならば、 $2a - 3 > c + 1$ である。(○)
- 5) $y \geq x - 4$ ， $y \leq x - 4$ が同時に成り立つならば $x = 4$ である。(×)
- 6) $a = b$ のときに、 $P = Q$ が成り立つならば、 $a \neq b$ のときに $P = Q$ は成り立たない。(×)
- 7) ある三角形が二等辺三角形であることを証明するには、2つの辺の長さが等しいことと、2つの角の大きさが等しいことを示す必要がある。(×)
- 8) 2つの三角形が相似条件を満たし、対応する辺の長さが等しければ、その2つの三角形は合同である。(○)
- 9) $x \geq 0$ のとき、 x の関数 y は、 $y \geq 2$ になるという。すると、もし $y = 1$ であれば、このときの x は、 $x < 0$ である。(○)
- 10) x の関数 $y = ax^2 - b + 1$ のグラフが x 軸と2点で交わっているとき、 $x = 0$ において $ax^2 - b + 1 < 0$ なので、 $b > 1$ が成り立つ。(×)

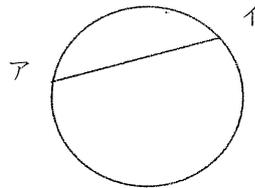
概念・論理課題

氏名 _____

【概念理解課題】

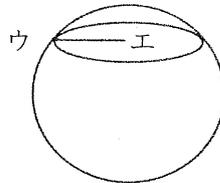
次の文のうち、正しいものには○を、まちがっているものには×をつけましょう。

1. 直線アイは、円の直径である。



答 (×)

2. 直線ウエは、球の半径である。



答 (×)

3. 2 直角は、180 度である。

答 (○)

4. 2 つの辺の長さが等しい三角形を、二等辺三角形という。

答 (○)

5. 正三角形の、3 つの角の大きさは、等しい。

答 (○)

6. 向かい合った 2 組の辺が平行な四角形を、台形という。

答 (×)

7. ひし形の向かい合った辺は、平行である。

答 (○)

8. 平行四辺形の 4 つの辺の長さは等しい。

答 (×)

9. 円周の長さが、直径の長さの何倍になっているかを表す数を、円周率という。

答 (○)

10. 直径の長さが 1 cm ふえると、円周の長さも 1 cm ふえる。

答 (×)

11. 三角形の 3 つの角の大きさの和は、180 度になる。

答 (○)

12. 正方形だけで囲まれた立体を、直方体という。

答 (×)

13. 1 つの頂点に集まっているたて、横、高さの 3 つの辺が決まると、直方体の大きさが決まる。

答 (○)

14. 角柱で、上下に向かい合った 2 つの面を、側面という。

答 (×)

15. 角柱の側面と底面は垂直に交わる。

答 (○)

16. 角柱の側面の数は、底面の辺の数と同じである。

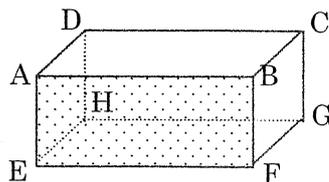
答 (○)

17. 辺 BF と面 EFGH は、垂直である。

答 (○)

18. 面 ABFE と面 BCGF は、平行である。

答 (×)



説明・表現課題

氏名 _____

次の各問いに答えなさい。(採点基準は暫定的なものである)

【概念説明課題】

1. 逆数とはどのようなものか、その意味を説明し具体例を1つ挙げなさい。

【意味】

解答例：2つの数の積が1であるとき、一方の数を他方の数の逆数と言う。

【具体例】

3の逆数は $1/3$ 。 $1/8$ の逆数は8など。

(意味か具体例のみの場合2点、両方できて3点。)

2. 絶対値とはどのようなものか、その意味を説明しなさい。

解答例1：数直線上で、ある数に対応する点と原点との距離のこと。

解答例2：正負の数からその数の符号を取り去ったもの。

(3点)

3. 「 y が x の関数である」とはどういうことかその意味を説明しなさい。また、「円の面積」は何の関数になっているか答えなさい。

【意味】

2つの変数 x 、 y において、 x の値を決めるとそれにつれて y の値も決まるとき、 y は x の関数であるという。

(2点)

【円の面積】

円の面積は、半径の関数になっている。

(1点)

4. 「垂直二等分線」とは何か，説明しなさい。

解答例

線分の中点を通り，その線分に垂直な直線。

(「線分の中点」，「その線分に垂直」，「直線」の3つの言葉が含まれて3点。1つ欠けるごとに-1点。)

5. 「図形の回転移動」とは，図形をどのように動かすことか説明しなさい。

解答例

図形を，1つの定点Oを中心としてある角度だけ回転させること。

(「定点Oを中心として」，「ある角度」，「回転」の3つの言葉が含まれて3点。1つ欠けるごとに-1点。)

6. 「正多面体」とは多面体の中で，特に2つの性質を満たすもののことである。その性質を書き、具体例を3つ挙げなさい。

【性質】

1. どの面もみな合同な正多角形である。
2. どの頂点にも，面が同じ数だけ集まっている。

(片方のみの場合2点。両方で3点。)

【具体例】

正四面体，正六面体（立方体も可），正八面体など。

(3つ正しく挙げられて3点)

【手続き説明課題】

7. $8 + (4 - 9) \times 2$ のような、四則の混じった計算を行うときの順序として、重要な点を2つ挙げ、実際に答えを求めなさい。

【重要な点】

1. カッコのある式の計算では、カッコの中を先に計算する。
2. 加減と乗除の混じった計算では、乗除を先に計算する。

【解】

$$\begin{aligned} 8 + (4 - 9) \times 2 &= 8 + (-5) \times 2 \\ &= 8 - 10 \\ &= -2 \quad (\text{答え}) \end{aligned}$$

(計算の答えのみ1点、重要な点はそれぞれ1点。計3点。)

8. 方程式 $3x = 20 - 2x$ を次のように解いた。

$$\begin{aligned} 3x &= 20 - 2x \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 2x &= 20 \cdots \textcircled{2} \\ 5x &= 20 \cdots \textcircled{3} \\ x &= 4 \cdots \textcircled{4} \end{aligned}$$

友達に解き方を言葉で説明しなければならないとき、次のそれぞれの段階について、どのように説明すればよいか考えて、下線部に書きなさい。

【解答】

- (1) ①式から②式へ進むとき $-2x$ を移項する。
- (2) ②式から③式へ進むとき 左辺を計算する。
- (3) ③式から④式へ進むとき 両辺を5で割る。

(各1点ずつ、計3点。)

【表現課題】

9. ひき肉1000グラムの値段がa円, たまねぎ1個の値段がb円するとき, 次の式はどのような数量を表していますか. 説明しなさい.

$$\text{式 } 1000 - (5a + 2b)$$

解答: ひき肉を500グラム, たまねぎを2個買って1000円支払ったときのお釣りを表している.

(3点)

10. 次の問題を読み, 問題文に書かれている数量の関係を表した表を作成しなさい. また, 作成した表をもとに方程式を作りなさい.

問題

弟は学校へ行くために8時に家を出た. 兄は弟が出てから4分後に家を出て弟を追いかけた. 弟は毎分50mで歩いているとする. 兄が家を出てから10分後に弟に追いつくためには, 毎分何mの速さで歩けばよいか.

【解答例 (表)】

	速さ (m/分)	時間 (分)	道のり (m)
弟	50	4 + 10	50 × 14
兄	x	10	10x

【解答 (方程式)】

$$50 \times 14 = 10x$$

(表の作成: 3点, 方程式: 3点)

【問題解決過程評価課題】

※難易度は中学校2年生レベルを想定

① 素朴図が有効な問題

問題1a(易) A子さんの家の前には東西にのびるまっすぐな大通りが通っています。この道のある地点からスタートして、東へ5m、西へ12m、東へ9m、西へ7m、この順で歩いたところ、ちょうどA子さんの家の前につきました。スタートした地点はA子さんの家の東西どちら側に何mのところだったでしょうか。

問題1b(易) A子さんは学校の近くに宝物を隠しました。学校からスタートして、南にまっすぐ200m、次に西にまっすぐ500m、さらに東にまっすぐ180m、さらに北にまっすぐ220m、さらに東にまっすぐ55mに歩いて、たどり着いたところに宝ものを隠したそうです。宝物を隠した地点から学校をみると、学校は宝ものを隠した地点から東西に何メートル、南北に何メートルのところにあるでしょうか。

問題2(中) みちこさんは水槽の水の深さをはかろうと思います。ある長さの棒を半分に切ってはかかったところ、深さはこれより0.3m深かったそうです。また、同じ長さの棒を3等分してはかかったところ、深さはこれより0.8m深かったそうです。この水槽の水の深さは何mでしょうか。

問題3(中) 一定の速さで走る電車があります。この電車は、線路ぎわに立っている人の前を通過しはじめてから通過し終わるまで8秒かかり、長さ640mの橋を渡り始めてからわたり終わるまで40秒かかります。この電車の速さは秒速何mでしょうか。また、この電車の長さは何mでしょうか。

問題4(中) クモとアリが競争をします。クモは一步で3ミリ進みます。また、アリは1歩で5ミリ進みます。クモもアリも1秒間に2歩ずつ進んで、3センチ先のゴールを目指します。どちらが何秒早く着くでしょうか。

問題5(難) たかしさんの庭には高い木があります。たかしさんのお父さん、お母さん、たかしさん自身の身長はそれぞれ、この木の高さの50%、39%、31%にあたることが分かっています。ある日、帽子が飛ばされてその木の途中で引っかかってしまいました。帽子の引っかかった場所を調べたところ、お父さんの身長では92cm足りず、お母さんとたかしさんの身長を合わせても20cm足りない事が分かりました。帽子が引っかかった高さは何cmだったでしょうか。

②線分図など抽象化した図が有効な問題

問題1(中) A子さん、B子さん、Cさんの3人で体重を調べました。D夫くんがその結果をたずねたところ、次のような答えが返ってきました。「C子ちゃんは3人の体重の合計の35%、B子ちゃんはC子ちゃんよりも2kg軽くって、A子ちゃんはB子ちゃんよりも5kg軽い。」この時、Aさんの体重は何kgでしょうか。

問題2(難) ひろこさんはT中学校の生徒の人数を調べました。この結果、1年生の人数は全校生徒の36%よりも15人少ないことが分かりました。また、2年生の人数は1年生の人数よりも7人多く、3年生は全体の人数の34%よりも4人少ないそうです。このときの2年生の生徒は何人だったでしょうか。

③表などによって規則性を発見することが有効な問題

問題1(易) ある一本のろうそくがあります。このろうそくに火をつけたところ、5分後には10cm、7分後には6cmになりました。このろうそくは火をつけてから何分後に燃えつきるでしょうか。ただし、ろうそくの燃える速さは一定とします。

問題2(難) 夏子さんは3歩あるく間に2つゴミを拾います。冬子さんは2歩あるくことに1つゴミをひろいます。今、二人は1秒につき1歩ずつ歩くこととして、同時にゴミを拾い始めました。何秒かたったあとに、二人の拾ったゴミの数を調べたところ、98個のゴミを拾っていたそうです。二人は何秒間ゴミひろったでしょうか。

※二人がそれぞれ拾ったゴミの数を問うとさらにすこし難度があがる

④表などによって情報を整理することが有効である問題

問題1(中) あるケーキ屋さんでは1個160円のケーキを200個作りました。はじめは160円で売っていましたが、売れ行きがよくなかったので途中から1個110円に値下げして売ったところ、すべて売り切れたそうです。また、売上の合計は29500円になったそうです。160円で売ったケーキはいくつでしょうか。一次方程式を立てて、問題を解きなさい。

問題2(難) ある公民館では定期的にビデオを使って子ども向けにアニメを上映しています。上映するビデオには長いものと短いものの2種類があり、それぞれ、180分と120分です。ある年の上映本数をしらべたところ、長いビデオの総利用本数と短いビデオの総利用本数は4:1だったそうです。また長いビデオと短いビデオの総上映時間を調べたところ、その差は24000分だったそうです。長いビデオは何本上映されたでしょうか。

【問題・目的】

- ・これまでのテストでは、問題の正誤のみが分析対象（PISA,2000 など）であり、ほとんど問題解決過程の診断・評価は行われてきていない。
- ・しかし、これまでの学校における学習相談などの中から、学習者の問題解決過程には、問題があることが指摘されている。一つの例は、図表の利用である。教師は授業において非常に多くの図表などを用いている。しかし、学習者は分からない問題に出会うとじっと紙を見つめているなど、図表などを全く利用しないといった光景をよく見かける。
- ・図表を利用するという行動は、これまで問題解決を促進するということがくり返し示されている方略であり、1つの学習方略ということを超えて、重要な新たな問題に対処するための重要な力であると考えられる。
- ・よって、学習者自身が問題解決過程のなかで、図や表などを用いて問題を理解したり、解を探索したりという活動をどの程度行っているのか、あるいは行っていないのかなどの情報（診断）を提供することは有益であると考ええる。
- ・本課題は、このような問題関心に基づき、図表の利用という方略の利用状況を中心に、問題解決過程について診断するテストである。

【実施方法】

代数文章題を実施

※ 代数文章題を選んだ理由：

図形領域などにくらべて、どのような図や表が有効であるのか明白ではない。こういった問題においてこそ、学習者が普段どの程度、図表の利用などの外化を行っているのか、どのくらい図表化する力を持っているのかを把握することができると考える。

【評価の観点】主に以下の4点

- ① 図表なしでは解決できない問題において、自発的に図表を利用しているか。
- ② また、図表を利用して問題解決に結びついていない場合にはどのような点に問題があるのか。
例) 問題状況を適切な図表に表現できていない
問題状況は適切な図表に表現できているものの、図表を運用する力がない、など
- ③ 数学的概念が理解できているか。
例) 基本的な立式に問題はないか、など。
- ④ 適切な数学的操作が行えているか
例) 計算などに間違いはないか、など

算数・数学に関する問題解決方略・学習方略質問紙一試作版一

(担当:植阪)

概念理解

【概念理解過程】

【方略】

概念の受容

(入力:新な知識の獲得)

- 1 授業で学習する前に、事前に教科書を読む
- 2 新たな概念を学習した時には、言葉の意味や具体例に注目している
- 3 教科書の大切な部分には線を引く
- 4 難しい部分は、自分なりの言葉に噛み砕いて言い直して読む
- 5 先生の話聞きながらメモやノートをとる
- 6 具体的なイメージを浮かながら教科書を読んだり、先生の説明を聞いたりする
- 7 例題の解き方を自分なりに説明してみる

概念の構造化

(加工:知識どうしの関連づけ)

- 8 これまでに学習した内容と、新しく学習者内容を関連づける
- 9 公式同士のつながりについて考える
- 10 新しく学んだ概念や公式が、例題のどこに使われているのかを意識する
- 11 細かいことにはとらわれず、例題において使われている原理に注目して学習する
- 12 これまでに学習した内容で似たものはなかったか、それらとの違いはなにかを考える

概念の表現

(出力:理解の確認)

- 13 理解できているのかを確認するために、自分で説明してみる
- 14 理解した内容を人に教えるつもりで説明してみる
- 15 学習した内容を、書き出してみる
- 16 学習した内容を、自分なりにまとめなおす
- 17 新しく学んだ言葉の、定義や事例をいえるのかについて確認する

問題解決

【問題解決過程】

【下位過程】

【方略】

問題理解の過程

問題の変換

- 18 問題文の分からない用語に、記号や印をつける
- 19 難しい文は自分なりの言葉にかみくだいて言い直しながら読む
- 20 問題文を数式で表してみる
- 21 分からない言葉が出てきたら、教科書などの説明部分に戻る

問題の統合

- 22 問題文の状況を図や表にかいてみる
- 23 状況をイメージしながら問題文を読む
- 24 分からないと思ったら、問題文のどの部分が分かりにくいと思うのか明確にする
- 25 知っている公式のどれが利用できるかを考えながら問題文を読む
- 26 関連する公式や定理を教科書などで調べてみる
- 27 例題と問題文を比較して異なる部分に印をつける
- 28 与えた条件を全て用いたかを確認する
- 29 自分がどのくらい分かっているのかをチェックするような質問を自分にする
- 30 与えられた条件と、答えるべき内容を確認する

計算の実行過程

計画

- 31 分からなくなったら、これまでに解いた似た問題に戻ってみる
- 32 行き詰ったときには、前に解いた問題の解き方を説明しなおしてみる
- 33 分からなくなってしまうたら、教科書の例題の解き方を確認する
- 34 問題において、求めるべきことは何かを考える
- 35 解く前に、解き方の流れをイメージしてから問題を解くようにする

計算の実行

- 36 行き詰ったときには途中経過をもう一度見直す
- 37 計算ミスをしていないかを確認する
- 38 最初に思いついた方法で解けないときには、異なる方法を考える

問題解決後の検討

振り返り

- 39 問題を解き終わったあとに、なぜ間違ってしまったのかを考える
- 40 問題を解き終わったあとに、ポイントを考える
- 41 解き終わったあとに、解き方の流れを説明してみる
- 42 間違えたところには印をつけておいて後で見直す